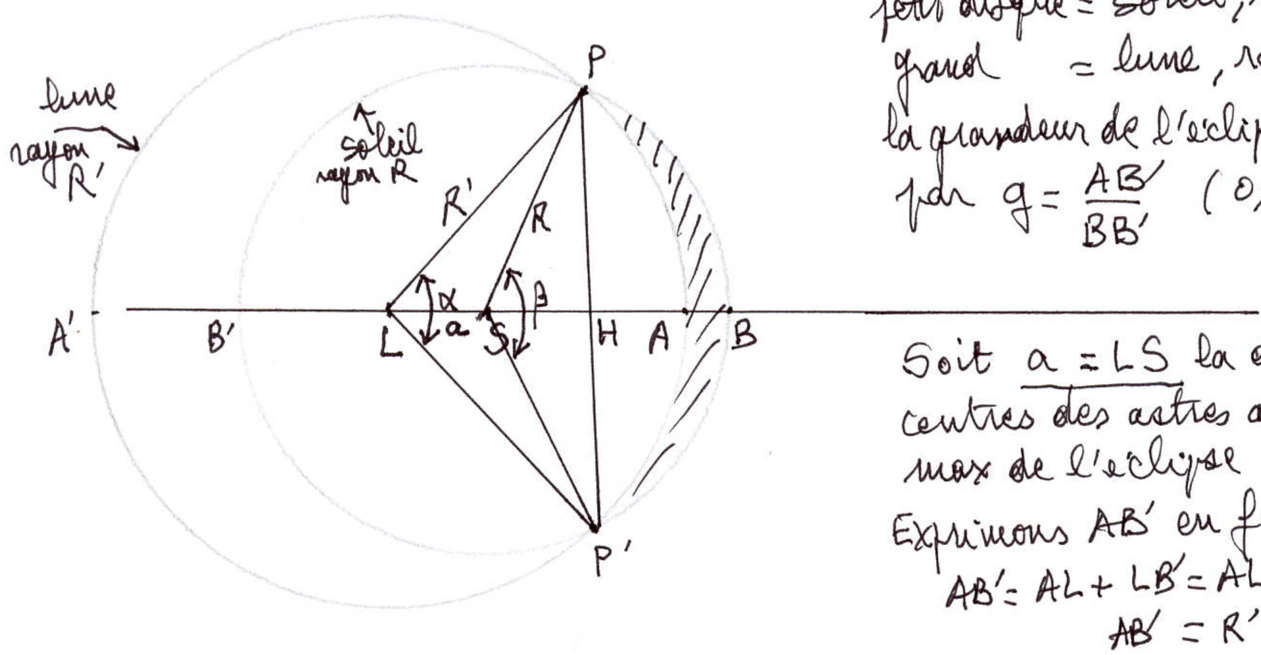
Calcul de l'obscuration lors d'une éclipse partielle de soleil
(tentative)

- Calcul de la lunule (surface restant visible du disque solaire)



petit disque = soleil, rayon R
grand = lune, rayon $R' > R$
la grandeur de l'éclipse est définie par $g = \frac{AB'}{BB'}$ (0,817 à Angers)

Soit $a = LS$ la distance des centres des astres au moment du max de l'éclipse
Exprimons AB' en fction de a :

$$AB' = AL + LB' = AL + (SB' - LS)$$
$$AB' = R' + R - a$$

d'où $g = \frac{R'+R-a}{2R} \Rightarrow a = R' + R - 2Rg$

La lunule PAP'BP : son aire est la différence entre les 2 portions de disques (appelés "segments") PP'B et PP'A.

L'aire d'un segment : PP'B est la différence entre l'aire du "secteur" PSP'A P et du triangle PSP'.

Aire du secteur PSP'AP : proportionnelle à l'angle au centre β
pour 2π rad l'aire est πR^2, pour β l'aire est $\frac{\pi R^2}{2\pi} \times \beta = \frac{1}{2} R^2 \beta$

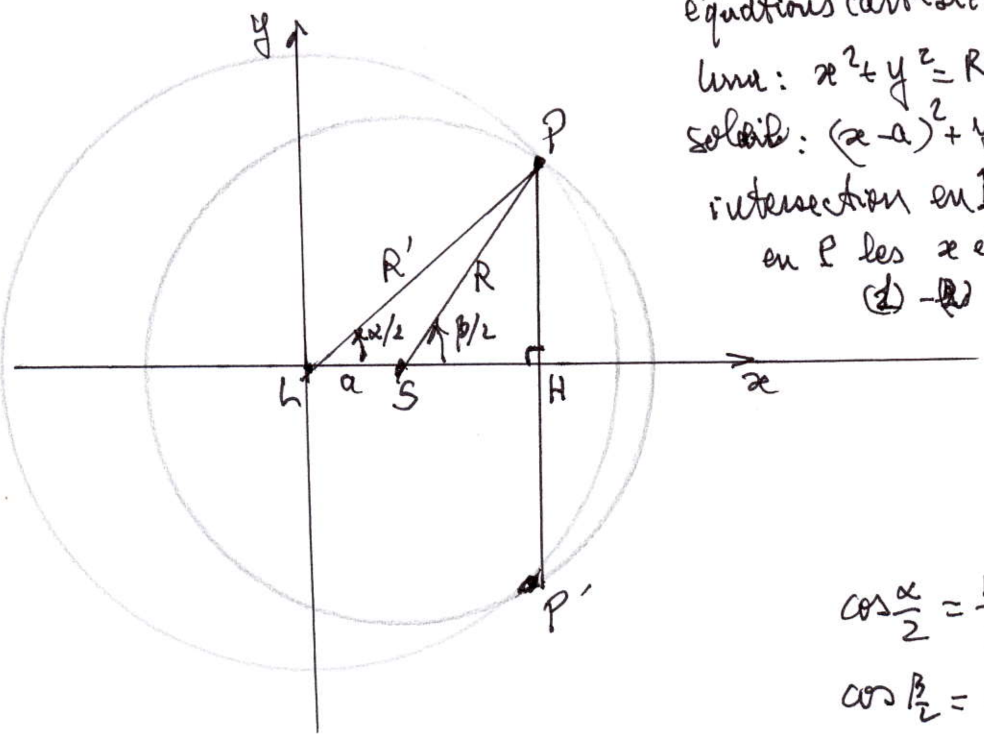
Aire du triangle $PSP' = \frac{1}{2} PP' \times SH = PH \times SH = R \sin\frac{\beta}{2} \times R \cos\frac{\beta}{2} = \frac{1}{2} R^2 \sin\beta$
(propriété trigo : $2 \sin x . \cos x = \sin 2x$)

Aire du segment solaire $PHP'BP = \frac{1}{2} R^2 (\beta - \sin\beta)$

Idem : aire du segment lunaire $PHP'AP = \frac{1}{2} R' (\alpha - \sin\alpha)$

Aire de la lunule : $S = \frac{1}{2} R^2 (\beta - \sin\beta) - \frac{1}{2} R' (\alpha - \sin\alpha)$

Calcul des angles α et β :



équations cartésiennes des cercles :

lune : $x^2 + y^2 = R'^2$ ---- (1)

soleil : $(x-a)^2 + y^2 = R^2$ --- (2)

intersection en P et P' : on cherche $x_P = LH$

en P les x et y des 2 éq sont les mêmes

(1) - (2) $\Rightarrow x^2 - (x-a)^2 = R'^2 - R^2$

$\Downarrow$

posons $R'^2 - R^2 = k$

$\Downarrow$

$$x_P = \frac{k + a^2}{2a}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{LH}{R'} = \frac{k + a^2}{2aR'} \Rightarrow \underline{\alpha = 2\arccos\left(\frac{k+a^2}{2aR'}\right)}$$

$$\cos\frac{\beta}{2} = \frac{SH}{R} = \frac{x_P - a}{2aR} = \frac{k - a^2}{2aR} \Rightarrow \underline{\beta = 2\arccos\left(\frac{k-a^2}{2aR}\right)}$$

On peut maintenant calculer l'aire S de la lunule.

Les grandeurs données sont : R R' et g

grandeurs à calculer : a k α β

puis S

et l'obscuration $\frac{S_0 - S}{S_0} = 1 - \frac{S}{S_0}$ avec S_0 = aire du disque solaire $= \pi R^2$

les rayons apparents des disques lors de cette éclipse sont :

Soleil = 16' 3,7" = 963,7"

Lune = 16' 41,5" = 1001,5"

Posons $R = 1 \Rightarrow R' = \frac{1001,5}{963,7}$

$R' = 1,03922$

les calculs avec un tableur donnent : obscuration = 0,477 .....

(IMCCE : 0,779 ...)

L'obscuration est le rapport surface solaire cachée/surface solaire totale